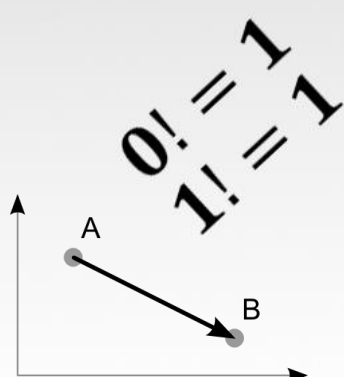


$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

# ZÁKLADNÍ MATEMATICKÉ VZORCE A TABULKY

$\pi$



PRO STUDENTY STŘEDNÍ ŠKOLY  
POMŮCKA KE STÁTNÍ MATURITNÍ ZKOUŠCE

Obsah publikace nepřesahuje informace uvedené v běžných vydáních MFCHT (s doložkou MŠMT), neobsahuje řešené vzorové úlohy.

## ČÍSELNÉ MNOŽINY

| R e á l n á č í s l a — R       |                                   |                                      |           |                                            |
|---------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|-----------|--------------------------------------------|
| Iracionální čísla               | R a c i o n á l n í č í s l a — Q |                                      |           |                                            |
|                                 | $-\frac{5}{3}; -2,99$             | C e l á č í s l a — Z                |           |                                            |
|                                 |                                   | Záporná čísla<br>.... -4, -3, -2, -1 | Nula<br>0 | Přirozená čísla — N<br>1, 2, 3, 4, 5, .... |
| $\sqrt{2}$ $-\sqrt{3}$<br>$\pi$ |                                   |                                      |           |                                            |

# ČÍSLICE, ČÍSLA, SYMBOLY, MNOŽINY

ARABSKÉ ČÍSLICE 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

ŘÍMSKÉ ČÍSLICE I V X L C D M I – 1 V – 5 X – 10 L – 50 C – 100 D – 500 M – 1000

|       |    |         |    |        |    |
|-------|----|---------|----|--------|----|
| I     | 1  | XXI     | 21 | XLI    | 41 |
| II    | 2  | XXII    | 22 | XLII   | 42 |
| III   | 3  | XXIII   | 23 | XLIII  | 43 |
| IV    | 4  | XXIV    | 24 | XLIV   | 44 |
| V     | 5  | XXV     | 25 | XLV    | 45 |
| VI    | 6  | XXVI    | 26 | XLVI   | 46 |
| VII   | 7  | XXVII   | 27 | XLVII  | 47 |
| VIII  | 8  | XXVIII  | 28 | XLVIII | 48 |
| IX    | 9  | XXIX    | 29 | XLIX   | 49 |
| X     | 10 | XXX     | 30 | L      | 50 |
| XI    | 11 | XXXI    | 31 | LI     | 51 |
| XII   | 12 | XXXII   | 32 | LII    | 52 |
| XIII  | 13 | XXXIII  | 33 | LIII   | 53 |
| XIV   | 14 | XXXIV   | 34 | LIV    | 54 |
| XV    | 15 | XXXV    | 35 | LV     | 55 |
| XVI   | 16 | XXXVI   | 36 | LVI    | 56 |
| XVII  | 17 | XXXVII  | 37 | LVII   | 57 |
| XVIII | 18 | XXXVIII | 38 | LVIII  | 58 |
| XIX   | 19 | XXXIX   | 39 | LIX    | 59 |
| XX    | 20 | XL      | 40 | LX     | 60 |

Ke zkrácení zápisu dlouhých čísel se používá pravidla pro odečítání, ale teprve ve středověku se toto pravidlo stalo obecně používaným. Pravidlo pro odečítání umožňuje použití šesti složených symbolů, ve kterých menší číslice předchází větší:

IV = 4

IX = 9

XL = 40

XC = 90

CD = 400

CM = 900

MCMLXXXVIII – 1988

Jeden tisíc je M, devět set je CM, osmdesát je LXXX, a osm je VIII.

Nula (z latiny nullus – žádný) je číslo 0, jedna z nejzákladnějších matematických konstant.

Má tu vlastnost, že pro každé číslo  $a$  platí:  $a + 0 = a$   $a \cdot 0 = 0$

Číslo 0 na číselné ose odděluje záporná čísla od kladných.

|             |                                                   |                |
|-------------|---------------------------------------------------|----------------|
| $10^{-4} =$ | 0,000 1                                           | desetitisícina |
| $10^{-3} =$ | 0,001                                             | tisícina       |
| $10^{-2} =$ | 0,01                                              | setina         |
| $10^{-1} =$ | 0,1                                               | desetina       |
| $10^0 =$    | 1                                                 | jedna          |
| $10^1 =$    | 10                                                | deset          |
| $10^2 =$    | 100                                               | sto            |
| $10^3 =$    | 1 000                                             | tisíc          |
| $10^6 =$    | 1 000 000                                         | milión         |
| $10^9 =$    | 1 000 000 000                                     | miliarda       |
| $10^{12} =$ | 1 000 000 000 000                                 | bilion         |
| $10^{15} =$ | 1 000 000 000 000 000                             | biliarda       |
| $10^{18} =$ | 1 000 000 000 000 000 000                         | trilion        |
| $10^{21} =$ | 1 000 000 000 000 000 000 000                     | triliarda      |
| $10^{24} =$ | 1 000 000 000 000 000 000 000 000                 | kvadrilion     |
| $10^{27} =$ | 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000             | kvadriliarda   |
| $10^{30} =$ | 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000         | kvintilion     |
| $10^{33} =$ | 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000     | kvintiliarda   |
| $10^{36} =$ | 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 | sextilion      |

# MATEMATICKÉ SYMBOLY A ZNAČKY

Závorky — (kulaté); [hranaté]; <úhlové>; {složené}

|              |                                                      |                 |                                                |
|--------------|------------------------------------------------------|-----------------|------------------------------------------------|
| $=$          | je rovno, rovná se                                   | $a \in Z$       | $a$ je prvkem množiny $Z$ ; $a$ leží v $Z$     |
| $\neq$       | není rovno, nerovná se                               | $a \notin N$    | $a$ není prvkem množiny $N$ ; $a$ neleží v $N$ |
| $<$          | je menší než                                         | $A = B$         | množina $A$ je rovna množině $B$               |
| $>$          | je větší než                                         | $Z'$            | doplněk množiny $Z$                            |
| $\leq$       | je menší nebo rovno                                  | $\emptyset$     | prázdná množina                                |
| $\geq$       | je větší nebo rovno                                  | $A \subset B$   | $A$ je podmnožinou $B$                         |
| $p \wedge q$ | platí <b><math>p</math> a zároveň <math>q</math></b> | $A \cap B$      | průnik množin $A$ a $B$                        |
| $p \vee q$   | platí <b><math>p</math> nebo <math>q</math></b>      | $A \cup B$      | sjednocení množin $A$ a $B$                    |
| $ a $        | absolutní hodnota čísla $a$                          | $A \setminus B$ | rozdíl množin $A - B$                          |
| $\in$        | leží na (v)                                          | $ \angle KLM $  | velikost úhlu $KLM$                            |
| $\parallel$  | rovnoběžné                                           | $ AB $          | délka úsečky $AB$ , vzdálenost dvou bodů $AB$  |
| $\perp$      | kolmé                                                | $\infty$        | nekonečno                                      |

Zápis množiny výčtem prvků:  $C = \{3; 4; 5; 6; 7\}$   
množina obsahuje pět přirozených čísel.  
jiné zápisy stejné množiny:  $C = \{x \in N; x \geq 3 \wedge x < 8\}$   
nebo  $C = \{x \in N; 3 \leq x \leq 7\}$

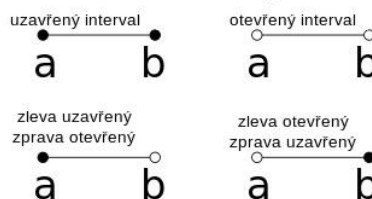
Příklady zápisu některých specifických množin:

$$R_0^+ = \langle 0; \infty \rangle \quad R^+ = (0; \infty)$$

$$N^0 = \{0; 1; 2; 3; \dots\} \quad Z_0^- = \{\dots; -2; -1; 0\}$$

Podmnožiny reálných čísel se zapisují pomocí intervalů.

## Intervaly



| Zápis množiny               | Zápis intervalem                  | Zápis množiny pro $a < b$                   | Zápis intervalem             |
|-----------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------------|------------------------------|
| $P = \{x \in R; x > a\}$    | $x \in (a; \infty)$               | $P = \{x \in R; x > a \wedge x < b\}$       | $x \in (a; b)$               |
| $P = \{x \in R; x \geq a\}$ | $x \in \langle a; \infty \rangle$ | $P = \{x \in R; x \geq a \wedge x \leq b\}$ | $x \in \langle a; b \rangle$ |
| $P = \{x \in R; x < a\}$    | $x \in (-\infty; a)$              | $P = \{x \in R; x > a \wedge x \leq b\}$    | $x \in (a; b]$               |
| $P = \{x \in R; x \leq a\}$ | $x \in (-\infty; a]$              | $P = \{x \in R; x \geq a \wedge x < b\}$    | $x \in [a; b)$               |

## Násobky a díly jednotek

| Název | Značka | Znamená násobek                     |
|-------|--------|-------------------------------------|
| exa   | E      | 1 000 000 000 000 000 000 $10^{18}$ |
| peta  | P      | 1 000 000 000 000 000 $10^{15}$     |
| tera  | T      | 1 000 000 000 000 $10^{12}$         |
| giga  | G      | 1 000 000 000 $10^9$                |
| mega  | M      | 1 000 000 $10^6$                    |
| kilo  | k      | 1 000 $10^3$                        |
| hekto | h      | 100 $10^2$                          |
| deka  | da     | 10 $10^1$                           |
| deci  | d      | 0,1 $10^{-1}$                       |
| centi | c      | 0,01 $10^{-2}$                      |
| mili  | m      | 0,001 $10^{-3}$                     |
| mikro | $\mu$  | 0,000 001 $10^{-6}$                 |
| nano  | n      | 0,000 000 001 $10^{-9}$             |

# ARITMETIKA A ALGEBRA

| Přirozená a celá čísla |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                |  |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Složené číslo          | má alespoň tři různé dělitele. Každé složené číslo lze rozložit na součin prvočísel. 20 = 2.2.5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                |  |
| Prvočíslo              | má jen dva dělitele, 1 a samo sebe.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                |  |
| Aritmetické operace    | Mezi základní operace s čísly, tzv. aritmetické operace (početní operace), řadíme sčítání, odčítání, násobení, dělení a mocnění.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                |  |
| Sčítání                | je jednou ze základních operací v aritmetice. V nejjednodušším tvaru sčítání kombinuje dvě čísla, sčítance, do jednoho čísla, nazývaného součet. Na sčítání více než dvou čísel lze nahlížet jako na opakované sčítání; tuto proceduru můžeme nazvat sumace. Velké písmeno Σ (Sigma) označuje sumaci.<br>Sčítání má následující vlastnosti:<br>komutativnost a + b = b + a<br>asociativnost a + (b + c) = (a + b) + c                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                |  |
| Odčítání               | Zápis odčítání se skládá ze tří částí: a − b<br>a – se nazývá menšenec (číslo, od kterého je odečítáno)<br>b – se nazývá menšitel (číslo, které je odečítáno)<br>– je symbol pro operaci odčítání<br>Výsledek odčítání se pak nazývá rozdíl.<br>Aby bylo možné odečíst libovolná dvě čísla, musí ke každému číslu a existovat opačné číslo − a (nebo v algebře obecněji opačný prvek). Pak lze říci, že rozdíl je totéž, jako součet menšence s opačným číslem k menšiteli: a − b = a + (−b)<br>Speciálně pro a = 0 dostáváme vztah 0 − a = −a                                                                                |                                                                                                                                                                                                |  |
| Násobení               | Násobení přirozených čísel představuje jejich opakované sčítání.<br>$\underbrace{b + b + \dots + b}_a = \sum_{i=1}^a b = a \cdot b$<br>a a b se nazývají činitelé. Výsledek, „a krát b“, se nazývá součin.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Násobení má následující vlastnosti:<br>komutativnost a . b = b . a<br>asociativnost a . (b . c) = (a . b) . c = a . b . c<br>distributivnost a . (b + c) = a . b + a . c                       |  |
| Dělení                 | je v aritmetice operace mezi dvěma čísly, která je opačná (někdy se také používá termín inverzní) k operaci násobení. Pokud a . b = c, pak c : a = b, c : b = a                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                |  |
| Kritéria dělitelnosti  | 0 dělení nulou není definováno<br>1 všechna celá čísla jsou dělitelná 1<br>2 je-li na místě jednotek sudé číslo<br>3 je-li ciferný součet dělitelný 3<br>4 je-li poslední dvojčíslí dělitelné 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 5 je-li na místě jednotek 5 nebo 0<br>6 je-li číslo dělitelné 2 a 3 (viz výše)<br>8 je-li poslední trojčíslí dělitelné 8<br>9 je-li ciferný součet dělitelný 9<br>10 je-li na místě jednotek 0 |  |
| Racionální čísla       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                |  |
|                        | Racionální číslo je číslo, které lze vyjádřit jako zlomek, tj. podíl dvou celých čísel, většinou zapsaný ve tvaru a : b nebo $\frac{a}{b}$ , kde b není nula. Název pochází z latinského ratio - podíl. Každý zápis zlomku je založen na části celku (například polovina $\frac{1}{2}$ , tři čtvrtiny $\frac{3}{4}$ , dvě třetiny $\frac{2}{3}$ ). Zlomek se zapisuje ve tvaru $\frac{a}{b}$ . Výraz a se nazývá čí​tatel (nad zlomkovou čarou) a výraz b se nazývá jmenovatel (pod zlomkovou čarou). Aby měl zlomek smysl, nesmí být jmenovatel nula (v oboru reálných čísel nelze nulou dělit).                             |                                                                                                                                                                                                |  |
| Operace se zlomky      | Pokud je jmenovatel větší než čí​tatel (zlomek je menší než jedna) označuje se tento zlomek jako pravý zlomek. Celá čísla a zlomky lze kombinovat. Zlomky lze převést do smíšeného tvaru, pokud je čí​tatel větší než jmenovatel (např. $\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ ).<br>Zlomky se dají sčítat, odčítat, násobit, dělit, umocňovat. Při sčítání a odčítání převádíme zlomky na stejného jmenovatele. Násobíme tak, že vynásobíme mezi sebou oba čí​tatele a oba jmenovatele. Dělení převedeme na násobení převráceným číslem. Pokud se v čí​tатели i ve jmenovateli zlomku opět nachází zlomek, jedná se o složený zlomek. |                                                                                                                                                                                                |  |
| Krácení zlomku         | Pokud máme zlomek $\frac{a}{b}$ , přičemž čí​tatel lze vyjádřit jako a = c · r a jmenovatel jako b = c · s, pak lze zlomek vyjádřit v ekvivalentním tvaru jako $\frac{r}{s}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                |  |

## Reálná čísla

**Absolutní hodnota** Znamená vlastně hodnotu čísla bez znaménka. 0 je absolutní hodnotou jen pro 0. Geometrický význam absolutní hodnoty reálného čísla je vzdálenost obrazu čísla na číselné ose od počátku – od nuly.

**Definice absolutní hodnoty:** Je-li  $a \geq 0$ , pak  $|a| = a$  (s nezápornými nic nedělá).

$$|a| \cdot |b| = |a \cdot b| \quad \frac{|a|}{|b|} = \left| \frac{a}{b} \right|$$

Je-li  $a < 0$ , pak  $|a| = -a$  (záporným změnění znaménko na plus)

$$\text{pro } a \neq 0 \rightarrow |a| > 0$$

**Mocniny a odmocniny reálných čísel**

$a, b$  – základ mocniny, odmocniny

$x, y$  – exponenty

**Definice mocniny, odmocniny**

$$a^x = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_x$$

násobíme  $x$  činitelů

$$\sqrt[x]{a} = b, \text{ právě když } b^x = a$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[x]{b} = \sqrt[x]{a \cdot b}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{\sqrt[x]{a}}{\sqrt[x]{b}} = \sqrt[x]{\frac{a}{b}}$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(\sqrt[x]{a})^y = \sqrt[x]{a^y}$$

$$(a^x)^y = (a^y)^x$$

$$\sqrt[x]{\sqrt[y]{a}} = \sqrt[x \cdot y]{a}$$

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$

$$\sqrt[y]{a^x} = a^{x:y} = a^{\frac{x}{y}}$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left( \frac{a}{b} \right)^x$$

$$\sqrt{y} = \sqrt[2]{y^1} = y^{\frac{1}{2}}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^0 = 1$$

Číslo v exponenciálním tvaru:  $X \cdot 10^n$  ( $1 < X < 10 \wedge n \in \mathbb{Z}$ )

na kalkulačkách ve tvaru  $2,4E+04$  znamená  $2,4 \cdot 10^4$

$1,2E-08$  znamená  $1,2 \cdot 10^{-8}$

**Periodická čísla**

$$0, \overline{3} = 0,333 \, 333 \, 333 \, \dots$$

$$0, \overline{23} = 0,232 \, 323 \, 232 \, \dots$$

$$0, \overline{254} = 0,254 \, 545 \, 454 \, \dots$$

$$0, \overline{125 \, 647} = 0,125 \, 647 \, 125 \, 647 \, \dots$$

**Iracionální číslo** nemůže být vyjádřeno zlomkem a nelze jej vyjádřit konečným způsobem v desítkové soustavě, a to ani pomocí periody.

Např.:  $\pi = 3,141 \, 592 \, 653 \, 589 \, 793 \, 238 \, 462 \, 643 \, 383 \, 279 \, 502 \, 884 \, 197 \dots$

| $a$ | $a^2$ | $a^3$ | $a^4$   |
|-----|-------|-------|---------|
| 1   | 1     | 1     | 1       |
| 2   | 4     | 8     | 16      |
| 3   | 9     | 27    | 81      |
| 4   | 16    | 64    | 256     |
| 5   | 25    | 125   | 625     |
| 6   | 36    | 216   | 1 296   |
| 7   | 49    | 343   | 2 401   |
| 8   | 64    | 512   | 4 096   |
| 9   | 81    | 729   | 6 561   |
| 10  | 100   | 1 000 | 10 000  |
| 11  | 121   | 1 331 | 14 641  |
| 12  | 144   | 1 728 | 20 736  |
| 13  | 169   | 2 197 | 28 561  |
| 14  | 196   | 2 744 | 38 416  |
| 15  | 225   | 3 375 | 50 625  |
| 16  | 256   | 4 096 | 65 536  |
| 17  | 289   | 4 913 | 83 521  |
| 18  | 324   | 5 832 | 104 976 |
| 19  | 361   | 6 859 | 130 321 |
| 20  | 400   | 8 000 | 160 000 |

## Výrazy, mnohočleny, rovnice

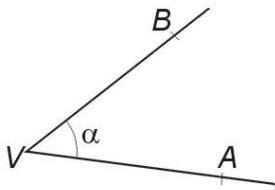
|                                         |                                                                                                                                                                                 |                                                        |                                                                                                                                                                           |                                              |
|-----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Vzorce                                  | $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$<br>$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$                                                                                                                  |                                                        |                                                                                                                                                                           | $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$          |
| Vytýkání před závorku                   | $ax \pm bx \pm cx = x \cdot (a \pm b \pm c)$                                                                                                                                    |                                                        |                                                                                                                                                                           | $-a - b = -(a + b)$                          |
| Rovnice                                 | $L = P \mid L, P$ – jsou výrazy obsahující proměnnou (neznámou). Řešením rovnice je nalezení neznámé (kořenů rovnice). Výsledek lze zapsat jako množinu kořenů $K = \{-2; 3\}$  |                                                        |                                                                                                                                                                           |                                              |
| Lineární rovnice                        | $ax = b$<br>$x = \frac{b}{a}$                                                                                                                                                   | $-x = a$<br>$x = -a$                                   | $-x = -a$<br>$x = a$                                                                                                                                                      | $x + a = b$<br>$x = -a + b$                  |
|                                         | $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$<br>$\frac{y}{x} = \frac{b}{a}$                                                                                                                      | $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$<br>$x \cdot b = a \cdot y$ | $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$<br>$x = \frac{a \cdot y}{b}$                                                                                                                  | pro $a \neq 0$<br>$a \cdot x = 0$<br>$x = 0$ |
| Rovnice v součinném a podílovém tvaru   | $a \cdot b = 0$<br>buď $a = 0$<br>nebo $b = 0$                                                                                                                                  | $\frac{a}{b} = 0$ pak $a = 0$                          |                                                                                                                                                                           |                                              |
| Nerovnice v součinném a podílovém tvaru | Součin $a \cdot b > 0$ či podíl $\frac{a}{b} > 0$ dvou výrazů je kladný, pokud jsou oba výrazy buď kladné nebo oba záporné.<br>$(a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$ |                                                        | Součin $a \cdot b < 0$ či podíl $\frac{a}{b} < 0$ dvou výrazů je záporný, pokud je jeden výraz kladný a druhý záporný<br>$(a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)$ |                                              |

**Kvadratická rovnice** je rovnice, ve které se vyskytuje druhá mocnina (kvadrát) neznámé. Obvykle  $x^2$ .

|                                                      |                                                                                                                               |                                                                                                                                               |
|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Obecná rovnice                                       | $ax^2 + bx + c = 0$<br>Koeficienty rovnice $a, b, c \in R, a \neq 0$<br>Neznámá je $x$ . Kořeny rovnice jsou pak $x_1, x_2$ . | $ax^2$ – kvadratický člen<br>$bx$ – lineární člen<br>$c$ – absolutní člen                                                                     |
| Diskriminant kvadratické rovnice                     | $D = b^2 - 4ac$                                                                                                               | $D > 0$ – rovnice má 2 kořeny (2 řešení)<br>$D = 0$ – rovnice má 1 dvojnásobný kořen (1 řešení)<br>$D < 0$ – rovnice nemá kořen (nemá řešení) |
| Kořeny kvadratické rovnice                           | $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$                                                                                        | $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$<br>$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$<br>Pokud je $D = 0$ , použijeme $x = \frac{-b}{2a}$                      |
| Ryze kvadratická rovnice                             | $ax^2 + c = 0$                                                                                                                | $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$                                                                                                           |
| Rovnice bez absolutního členu                        | $ax^2 + bx = 0$                                                                                                               | $x \cdot (ax + b) = 0 \rightarrow x_1 = 0; x_2 = -\frac{b}{a}$                                                                                |
| Normovaná kvadratická rovnice, Viětovy vzorce        | $1x^2 + bx + c = 0$                                                                                                           | Pro kořeny rovnice pak platí:<br>$c = x_1 \cdot x_2$<br>$-b = x_1 + x_2$                                                                      |
| Vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice | Kořeny rovnice $ax^2 + bx + c = 0$ jsou $x_1$ a $x_2$                                                                         | Pak lze kvadratický trojčlen $ax^2 + bx + c$ rozložit na součin:<br>$ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$                       |

# GEOMETRIE

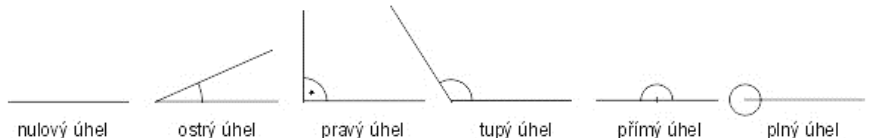
## Úhel



úhel .....  $\angle AVB$  nebo  $\alpha$   
ramena ...  $\overrightarrow{VA}$ ,  $\overrightarrow{VB}$   
vrchol ..... V

- Konvexní úhel** je úhel přímý nebo menší než přímý.
- Konkávní úhel** je větší než přímý úhel.

- Nulový úhel** je úhel, jehož ramena leží na sobě.
- Ostrý úhel** je úhel menší než pravý úhel.
- Pravý úhel** je polovina přímého úhlu. Pravý úhel se označuje tečkou v obloučku. Dvě přímky v pravém úhlu dělí plochu na 4 shodné kvadranty.
- Tupý úhel** je větší než pravý úhel, ale menší než přímý úhel.
- Přímý úhel** je úhel, jehož ramena jsou opačné polopřímky (tzn.  $180^\circ$ ).
- Plný úhel** je úhel, jehož ramena leží na sobě, za úhel se považuje celá rovina kolem nich.
- Kosý úhel** je úhel, který není nulový, pravý, přímý nebo plný
- Dutý úhel** je úhel, který je větší než přímý úhel a menší než plný úhel

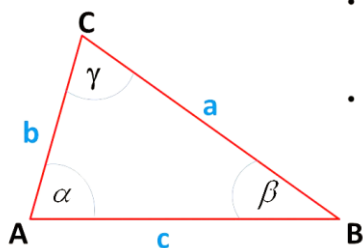


**Měření úhlu**     $^\circ$  stupeň – ' minuta – '' vteřina     $1^\circ = 60'$      $1' = 60''$      $1^\circ = 3\,600''$   
 $0,1^\circ = 6'$      $0,2^\circ = 12'$      $0,3^\circ = 18'$      $0,4^\circ = 24'$      $0,5^\circ = 30'$

## Trojúhelník

Geometrický útvar určený třemi body, neležícími v jedné přímce.

### Obecný trojúhelník



- Každá strana a každý úhel mají jinou velikost
- Součet všech vnitřních úhlů v libovolném trojúhelníku je  $180^\circ$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

### Trojúhelníková nerovnost

Součet dvou libovolných stran je vždy delší než strana třetí

$$\begin{aligned} a + b &> c \\ a + c &> b \\ b + c &> a \end{aligned}$$

### Druhy trojúhelníků

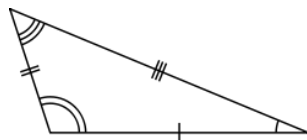
#### Podle stran

**Obecný trojúhelník** (též **různostranný**) – žádné dvě strany nejsou shodné

**Rovnoramenný trojúhelník** – dvě strany jsou navzájem shodné, ale nejsou shodné s třetí stranou

**Rovnostranný trojúhelník** – všechny strany jsou shodné

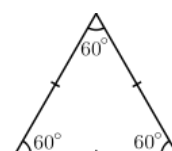
Obecný



Rovnoramenný



Rovnostranný



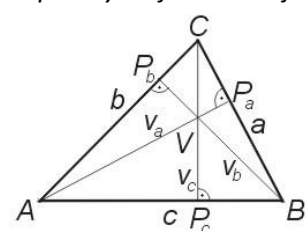
#### Podle úhlů

**Ostroúhlý trojúhelník** – všechny vnitřní úhly jsou ostré

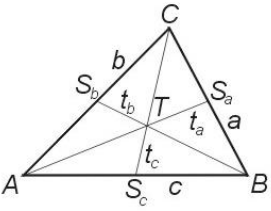
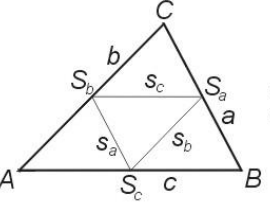
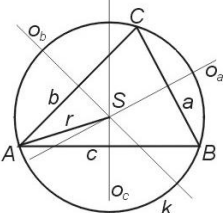
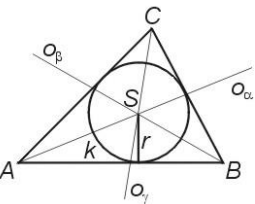
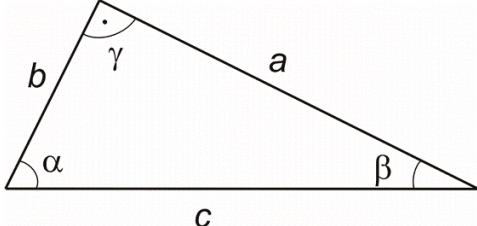
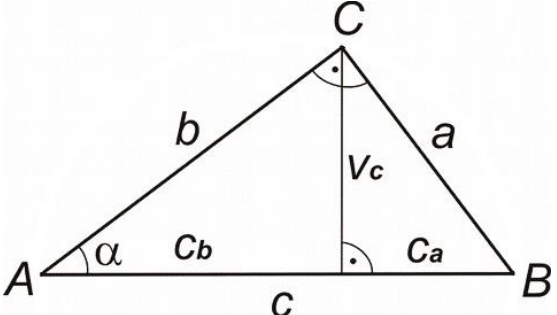
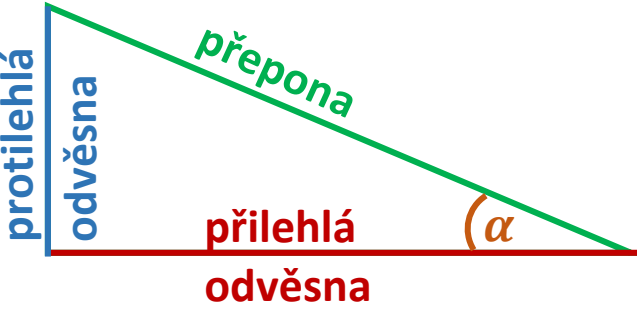
**Pravoúhlý trojúhelník** – jeden vnitřní úhel je pravý, zbývající dva jsou ostré

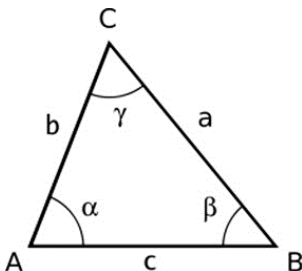
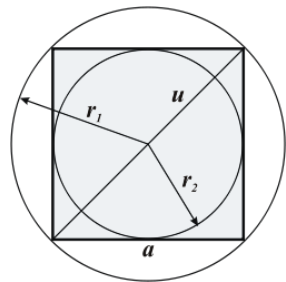
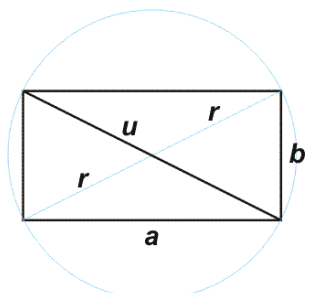
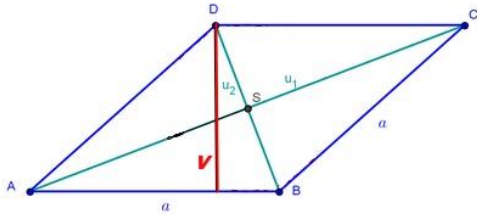
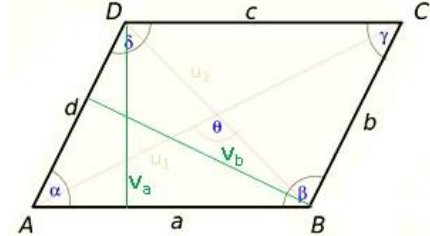
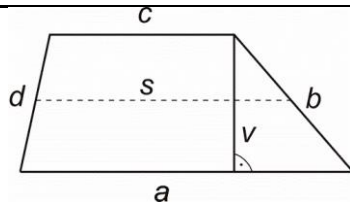
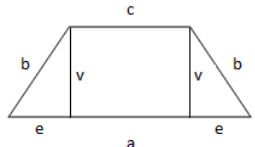
**Tupoúhlý trojúhelník** – jeden vnitřní úhel je tupý, zbývající dva jsou ostré

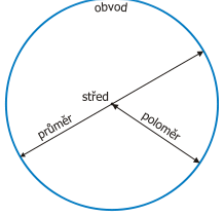
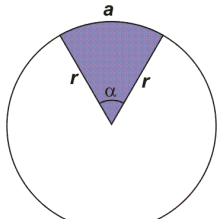
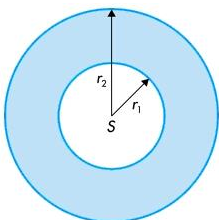
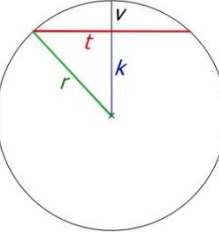
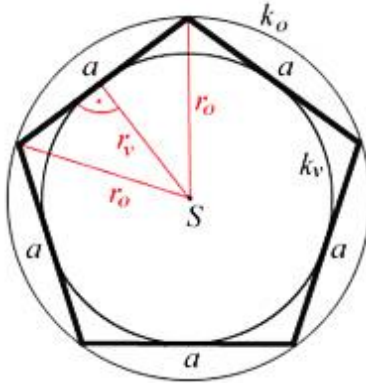
### Výšky



výšky .....  $v_a$ ,  $v_b$ ,  $v_c$   
 paty výšek .....  $P_a$ ,  $P_b$ ,  $P_c$   
 ortocentrum ... V

|                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Střední<br/>příčky, těžiště</b>                                 | <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p> těžnice ..... <math>t_a, t_b, t_c</math><br/> středky stran ... <math>S_a, S_b, S_c</math><br/> těžiště ..... <math>T</math> </p> </div> <div style="text-align: center;">  <p> střední příčky ... <math>s_a, s_b, s_c</math><br/> středky stran ..... <math>S_a, S_b, S_c</math> </p> </div> </div>                                                                                                                                                                                               |
| <b>Kružnice<br/>vepsaná,<br/>opsaná</b>                            | <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p> kružnice opsaná ... <math>k (S;r)</math><br/> osy stran ..... <math>o_a, o_b, o_c</math><br/> střed kružnice ..... <math>S \in o_a \cap o_b \cap o_c</math><br/> poloměr kružnice ... <math>r =  AS </math> </p> </div> <div style="text-align: center;">  <p> kružnice vepsaná ... <math>k (S;r)</math><br/> osy úhlů ..... <math>o_a, o_b, o_c</math><br/> střed kružnice ..... <math>S \in o_a \cap o_b \cap o_c</math><br/> poloměr kružnice ... <math>r =  S, AB </math> </p> </div> </div> |
| <b>Obvod<br/>trojúhelníku</b><br><br><b>Obsah<br/>trojúhelníku</b> | $O = a + b + c$ $S = \frac{a \cdot v_a}{2} \quad S = \frac{b \cdot v_b}{2} \quad S = \frac{c \cdot v_c}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Obsah –<br/>Heronův<br/>vzorec</b>                              | <p><math>p</math> – polovina obvodu. <math>p = \frac{O}{2}</math>, pak obsah <math>S = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Pravoúhlý trojúhelník</b>                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Pythagorova<br/>věta</b>                                        | <p>Strana naproti pravému úhlu se nazývá <b>přepona</b> – <math>c</math>. Další dvě jsou <b>odvěsny</b> <math>a, b</math>.<br/> <math>\alpha + \beta = 90^\circ</math></p> $c^2 = a^2 + b^2$ $a^2 = c^2 - b^2$ $b^2 = c^2 - a^2$ <div style="text-align: right;">  </div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Obsah<br/>pravoúhlého<br/>trojúhelníku</b>                      | $S = \frac{a \cdot b}{2} \quad a, b \text{ jsou odvěsny trojúhelníku}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Euklidovy<br/>věty</b>                                          | <p>věta pro výšku: <math>v_c^2 = c_a \cdot c_b</math></p> <p>věta pro odvěsnu: <math>a^2 = c \cdot c_a</math></p> <p>věta pro odvěsnu: <math>b^2 = c \cdot c_b</math></p> <div style="text-align: right;">  </div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Goniometrické<br/>funkce</b>                                    | <div style="display: flex;"> <div style="flex: 1;"> <math display="block">\sin \alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přepona}}</math> <p>sinus udává poměr protilehlé odvěsny ku přeponě</p> <math display="block">\cos \alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}}</math> <p>kosinus udává poměr přilehlé odvěsny ku přeponě</p> <math display="block">\text{tg } \alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přilehlá odvěsna}}</math> </div> <div style="flex: 1; text-align: right;">  <p>tangens udává poměr protilehlé odvěsny ku přilehlé odvěsně</p> </div> </div>                                                                               |

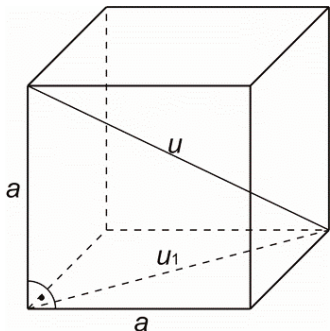
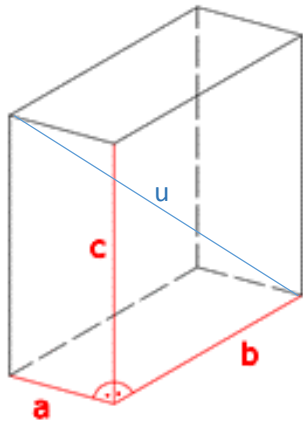
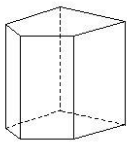
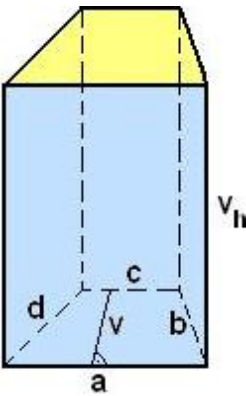
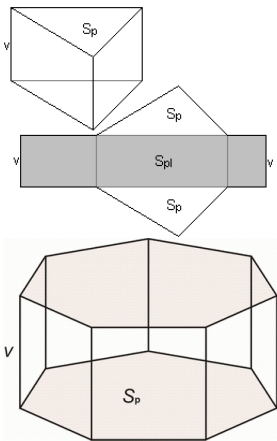
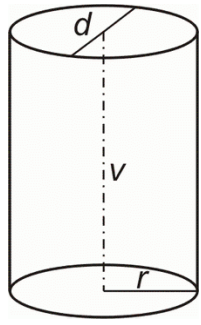
|                                 |                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Rovnostranný trojúhelník</b> | Strany $a = b = c$<br>Výška, těžnice $v = \frac{\sqrt{3}a}{2} = t$                                                                                                                                                                                           | Úhly $\alpha = \beta = \gamma$<br>Obvod $O = 3a$<br>Obsah $S = \frac{a \cdot v}{2}$                                                                                                                  |
| <b>Rovnoramenný trojúhelník</b> | Strany: základna – $c$ , ramena – $a, b$<br>$a = b, \alpha = \beta$                                                                                                                                                                                          | Obvod $O = 2a + c$<br>Obsah $S = \frac{c \cdot v_c}{2}$                                                                                                                                              |
| <b>Obecný trojúhelník</b>       | <b>Sinová věta</b><br>$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$<br>$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$<br>$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$  | <b>Kosinová věta</b><br>$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$<br>$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$<br>$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$ |
| <b>Rovnoběžníky</b>             | <b>Rovnoběžník je čtyřúhelník, jehož protilehlé strany jsou rovnoběžné.</b>                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Čtverec</b>                  | Obvod $O = 4 \cdot a$<br>Obsah $S = a^2$<br>Úhlopříčka $u = \sqrt{2} \cdot a$<br>Poloměr kružnice opsané $r_1 = \frac{u}{2}$<br>Poloměr kružnice vepsané $r_2 = \frac{a}{2}$                                                                                 |                                                                                                                   |
| <b>Obdélník</b>                 | Obvod $O = 2 \cdot (a + b)$<br>Obsah $S = a \cdot b$<br>Úhlopříčka $u = \sqrt{a^2 + b^2}$<br>Poloměr kružnice opsané $r = \frac{u}{2}$                                                                                                                       |                                                                                                                  |
| <b>Kosočtverec</b>              | Obvod $O = 4 \cdot a$<br>Obsah $S = a \cdot v \quad S = \frac{u_1 \cdot u_2}{2}$                                                                                                                                                                             |                                                                                                                  |
| <b>Kosodélník</b>               | Obvod $O = 2 \cdot (a + b)$<br>Obsah $S = a \cdot v_a$<br>$S = b \cdot v_b$                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                 |
| <b>Lichoběžník</b>              | Obvod $O = a + b + c + d$<br>Obsah $S = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$<br>Střední příčka $s = \frac{a+c}{2}$                                                                                                                                                       |                                                                                                                 |
| <b>Rovnoramenný lichoběžník</b> | Obvod $O = a + 2b + c$<br>Obsah $S = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$<br>Úsek strany $a \quad e = \frac{a-c}{2}$                                                                                                                                                     |                                                                                                                 |

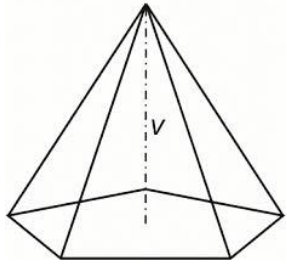
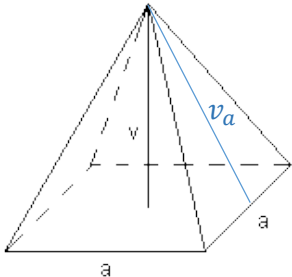
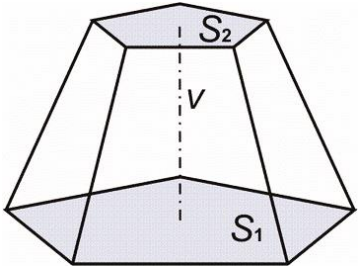
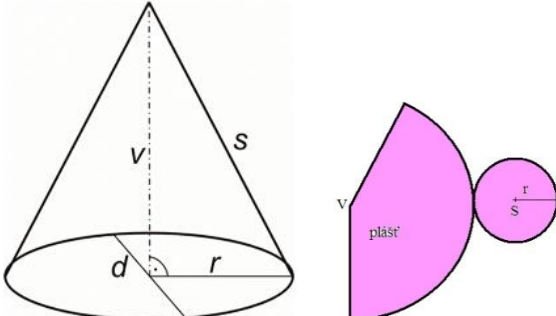
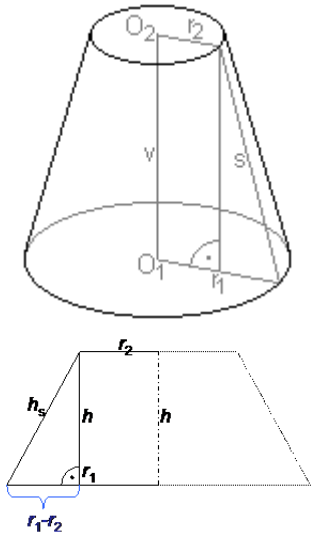
|                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                       |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Kružnice, kruh</b>               | <p>Poloměr – <math>r</math></p> <p>Průměr – <math>d</math></p> <p>Délka kružnice, obvod kruhu <math>O = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d</math></p> <p>Obsah kruhu <math>S = \pi \cdot r^2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |     |
| <b>Délka oblouku, kruhová výseč</b> | <p>Délka kruhového oblouku <math>a = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360^\circ} \cdot \alpha^\circ</math></p> <p>Obsah kruhové výseče <math>S = \frac{\pi \cdot r^2}{360^\circ} \cdot \alpha^\circ</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |
| <b>Mezikruží</b>                    | <p>Šířka mezikruží <math>m = r_2 - r_1</math></p> <p>Obsah mezikruží <math>S = \pi \cdot r_2^2 - \pi \cdot r_1^2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |
| <b>Tětiva</b>                       | <p>Tětiva – <math>t</math>      Poloměr – <math>r</math>      Výška úseče – <math>v</math></p> <p>Vzdálenost tětiny od středu – <math>k</math>      <math>k = r - v</math></p> <p>Délka tětiny <math>t = 2 \cdot \sqrt{v \cdot (2r - v)}</math></p> $r^2 = k^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |   |
| <b>Pravidelný n-úhelník</b>         | <p>Strana <math>n</math>-úhelníku – <math>a</math></p> <p>Poloměr kružnice opsané – <math>r_o</math></p> <p>Poloměr kružnice vepsané – <math>r_v</math></p> <p>Každý pravidelný <math>n</math>-úhelník se skládá z <math>n</math> rovnoramenných trojúhelníků se základnou <math>a</math> a výškou <math>r_v</math> na stranu <math>a</math>.</p> <p>Obvod <math>O = n \cdot a</math></p> <p>Obsah <math>S = \frac{a \cdot r_v}{2} \cdot n</math></p> <p>Velikost vnitřního úhlu <math>\alpha = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}</math></p> <p>Součet vnitřních úhlů <math>(n - 2) \cdot 180^\circ</math></p> <p>Počet úhlopříček <math>\frac{n \cdot (n - 3)}{2}</math></p> |  |

# Tabulka hodnot goniometrických funkcí

|      | SIN    | COS    | TG     | COTG   |
|------|--------|--------|--------|--------|
| 0 °  | 0      | 1      | 0      | x      |
| 1 °  | 0,0175 | 0,9998 | 0,0175 | 57,290 |
| 2 °  | 0,0349 | 0,9994 | 0,0349 | 28,636 |
| 3 °  | 0,0523 | 0,9986 | 0,0524 | 19,081 |
| 4 °  | 0,0698 | 0,9976 | 0,0699 | 14,300 |
| 5 °  | 0,0872 | 0,9962 | 0,0875 | 11,430 |
| 6 °  | 0,1045 | 0,9945 | 0,1051 | 9,5144 |
| 7 °  | 0,1219 | 0,9925 | 0,1228 | 8,1443 |
| 8 °  | 0,1392 | 0,9903 | 0,1405 | 7,1154 |
| 9 °  | 0,1564 | 0,9877 | 0,1584 | 6,3138 |
| 10 ° | 0,1736 | 0,9848 | 0,1763 | 5,6713 |
| 11 ° | 0,1908 | 0,9816 | 0,1944 | 5,1446 |
| 12 ° | 0,2079 | 0,9781 | 0,2126 | 4,7046 |
| 13 ° | 0,2250 | 0,9744 | 0,2309 | 4,3315 |
| 14 ° | 0,2419 | 0,9703 | 0,2493 | 4,0108 |
| 15 ° | 0,2588 | 0,9659 | 0,2679 | 3,7321 |
| 16 ° | 0,2756 | 0,9613 | 0,2867 | 3,4874 |
| 17 ° | 0,2924 | 0,9563 | 0,3057 | 3,2709 |
| 18 ° | 0,3090 | 0,9511 | 0,3249 | 3,0777 |
| 19 ° | 0,3256 | 0,9455 | 0,3443 | 2,9042 |
| 20 ° | 0,3420 | 0,9397 | 0,3640 | 2,7475 |
| 21 ° | 0,3584 | 0,9336 | 0,3839 | 2,6051 |
| 22 ° | 0,3746 | 0,9272 | 0,4040 | 2,4751 |
| 23 ° | 0,3907 | 0,9205 | 0,4245 | 2,3559 |
| 24 ° | 0,4067 | 0,9135 | 0,4452 | 2,2460 |
| 25 ° | 0,4226 | 0,9063 | 0,4663 | 2,1445 |
| 26 ° | 0,4384 | 0,8988 | 0,4877 | 2,0503 |
| 27 ° | 0,4540 | 0,8910 | 0,5095 | 1,9626 |
| 28 ° | 0,4695 | 0,8829 | 0,5317 | 1,8807 |
| 29 ° | 0,4848 | 0,8746 | 0,5543 | 1,8040 |
| 30 ° | 0,5000 | 0,8660 | 0,5774 | 1,7321 |
| 31 ° | 0,5150 | 0,8572 | 0,6009 | 1,6643 |
| 32 ° | 0,5299 | 0,8480 | 0,6249 | 1,6003 |
| 33 ° | 0,5446 | 0,8387 | 0,6494 | 1,5399 |
| 34 ° | 0,5592 | 0,8290 | 0,6745 | 1,4826 |
| 35 ° | 0,5736 | 0,8192 | 0,7002 | 1,4281 |
| 36 ° | 0,5878 | 0,8090 | 0,7265 | 1,3764 |
| 37 ° | 0,6018 | 0,7986 | 0,7536 | 1,3270 |
| 38 ° | 0,6157 | 0,7880 | 0,7813 | 1,2799 |
| 39 ° | 0,6293 | 0,7771 | 0,8098 | 1,2349 |
| 40 ° | 0,6428 | 0,7660 | 0,8391 | 1,1918 |
| 41 ° | 0,6561 | 0,7547 | 0,8693 | 1,1504 |
| 42 ° | 0,6691 | 0,7431 | 0,9004 | 1,1106 |
| 43 ° | 0,6820 | 0,7314 | 0,9325 | 1,0724 |
| 44 ° | 0,6947 | 0,7193 | 0,9657 | 1,0355 |
| 45 ° | 0,7071 | 0,7071 | 1      | 1      |

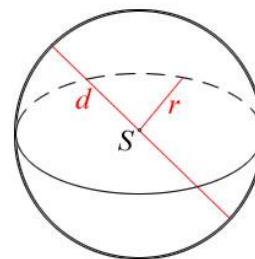
|       | SIN    | COS    | TG     | COTG   |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| 46 °  | 0,7193 | 0,6947 | 1,0355 | 0,9657 |
| 47 °  | 0,7314 | 0,6820 | 1,0724 | 0,9325 |
| 48 °  | 0,7431 | 0,6691 | 1,1106 | 0,9004 |
| 49 °  | 0,7547 | 0,6561 | 1,1504 | 0,8693 |
| 50 °  | 0,7660 | 0,6428 | 1,1918 | 0,8391 |
| 51 °  | 0,7771 | 0,6293 | 1,2349 | 0,8098 |
| 52 °  | 0,7880 | 0,6157 | 1,2799 | 0,7813 |
| 53 °  | 0,7986 | 0,6018 | 1,3270 | 0,7536 |
| 54 °  | 0,8090 | 0,5878 | 1,3764 | 0,7265 |
| 55 °  | 0,8192 | 0,5736 | 1,4281 | 0,7002 |
| 56 °  | 0,8290 | 0,5592 | 1,4826 | 0,6745 |
| 57 °  | 0,8387 | 0,5446 | 1,5399 | 0,6494 |
| 58 °  | 0,8480 | 0,5299 | 1,6003 | 0,6249 |
| 59 °  | 0,8572 | 0,5150 | 1,6643 | 0,6009 |
| 60 °  | 0,8660 | 0,5000 | 1,7321 | 0,5774 |
| 61 °  | 0,8746 | 0,4848 | 1,8040 | 0,5543 |
| 62 °  | 0,8829 | 0,4695 | 1,8807 | 0,5317 |
| 63 °  | 0,8910 | 0,4540 | 1,9626 | 0,5095 |
| 64 °  | 0,8988 | 0,4384 | 2,0503 | 0,4877 |
| 65 °  | 0,9063 | 0,4226 | 2,1445 | 0,4663 |
| 66 °  | 0,9135 | 0,4067 | 2,2460 | 0,4452 |
| 67 °  | 0,9205 | 0,3907 | 2,3559 | 0,4245 |
| 68 °  | 0,9272 | 0,3746 | 2,4751 | 0,4040 |
| 69 °  | 0,9336 | 0,3584 | 2,6051 | 0,3839 |
| 70 °  | 0,9397 | 0,3420 | 2,7475 | 0,3640 |
| 71 °  | 0,9455 | 0,3256 | 2,9042 | 0,3443 |
| 72 °  | 0,9511 | 0,3090 | 3,0777 | 0,3249 |
| 73 °  | 0,9563 | 0,2924 | 3,2709 | 0,3057 |
| 74 °  | 0,9613 | 0,2756 | 3,4874 | 0,2867 |
| 75 °  | 0,9659 | 0,2588 | 3,7321 | 0,2679 |
| 76 °  | 0,9703 | 0,2419 | 4,0108 | 0,2493 |
| 77 °  | 0,9744 | 0,2250 | 4,3315 | 0,2309 |
| 78 °  | 0,9781 | 0,2079 | 4,7046 | 0,2126 |
| 79 °  | 0,9816 | 0,1908 | 5,1446 | 0,1944 |
| 80 °  | 0,9848 | 0,1736 | 5,6713 | 0,1763 |
| 81 °  | 0,9877 | 0,1564 | 6,3138 | 0,1584 |
| 82 °  | 0,9903 | 0,1392 | 7,1154 | 0,1405 |
| 83 °  | 0,9925 | 0,1219 | 8,1443 | 0,1228 |
| 84 °  | 0,9945 | 0,1045 | 9,5144 | 0,1051 |
| 85 °  | 0,9962 | 0,0872 | 11,430 | 0,0875 |
| 86 °  | 0,9976 | 0,0698 | 14,300 | 0,0699 |
| 87 °  | 0,9986 | 0,0523 | 19,081 | 0,0524 |
| 88 °  | 0,9994 | 0,0349 | 28,636 | 0,0349 |
| 89 °  | 0,9998 | 0,0175 | 57,290 | 0,0175 |
| 90 °  | 1      | 0      | x      | 0      |
| 180 ° | 0      | -1     | 0      | x      |

| Tělesa                       |                                                                                                                                                                                                                                                                |                         |                                             |
|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------------|
| Označení                     | Objem tělesa – $V$                                                                                                                                                                                                                                             | Povrch tělesa – $S$     | Úhlopříčka stěnová či tělesová – $u$        |
|                              | Obsah podstavy – $S_p$                                                                                                                                                                                                                                         | Obsah pláště – $S_{pl}$ | Poloměr podstavy – $r$                      |
|                              | Výška tělesa – $v$                                                                                                                                                                                                                                             |                         | Boční strana kužele a komolého kužele – $S$ |
| Krychle                      | $S_{pl} = 4 \cdot a^2$ $S = 6 \cdot a^2$ $V = a^3$ $u_1 = \sqrt{2} \cdot a$ $u = \sqrt{3} \cdot a$                                                                                                                                                             |                         |                                             |
|                              |                                                                                                                                                                             |                         |                                             |
| Hranol<br>čtyřboký,<br>kvádr | $S = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$ $V = a \cdot b \cdot c$ $S_{pl} = 4 \text{ obdélníky}$ $S_p = 2 \text{ čtverce či obdélníky}$ $u = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$                                                                                   |                         |                                             |
|                              |                                                                                                                                                                            |                         |                                             |
| Kolmý<br>hranol              | $S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$ $V = S_p \cdot v$ $S_{pl} = \text{obdélníky}$ $S_p = \text{vzorec podle tvaru podstavy}$                                                                                                                                            |                         |                                             |
|                              |    |                         |                                             |
| Válec                        | $S_p = \pi \cdot r^2$ $S_{pl} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$ $S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$ $V = S_p \cdot v = \pi \cdot r^2 \cdot v$                                                                                                                              |                         |                                             |
|                              |                                                                                                                                                                           |                         |                                             |

|                               |                                                                                                                                                                                  |                                                                                       |
|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Jehlan</b>                 | $S = S_p + S_{pl}$ $S_{pl} = \text{trojúhelníky}$ $S_p = \text{vzorec podle tvaru podstavy}$ $V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$                                                       |     |
| <b>Pravidelný jehlan</b>      | $S = S_p + S_{pl}$ $S_{pl} = 4 \text{ rovnoramenné trojúhelníky}$ $S_{pl} = 4 \cdot \frac{a \cdot v_a}{2} = 2 \cdot a \cdot v_a$ $S_p = a^2$ $V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$       |    |
| <b>Komolý jehlan</b>          | $S = S_1 + S_2 + S_{pl}$ $S_{pl} = \text{rovnoramenné lichoběžníky}$ $V = \frac{v}{3} \cdot (S_1 + \sqrt{S_1 \cdot S_2} + S_2)$                                                  |   |
| <b>Kužel (rotační)</b>        | $S_p = \pi \cdot r^2$ $S_{pl} = \pi \cdot r \cdot s$ $S = S_p + S_{pl}$ $V = \frac{1}{3} S_p \cdot v = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v$                                        |   |
| <b>Komolý kužel (rotační)</b> | $S_1 = \pi \cdot r_1^2 \quad S_2 = \pi \cdot r_2^2$ $S_{pl} = \pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot s$ $S = S_1 + S_2 + S_{pl}$ $V = \frac{v}{3} \cdot (S_1 + \sqrt{S_1 \cdot S_2} + S_2)$ |  |

**Koule**  $S = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = \pi \cdot d^2$

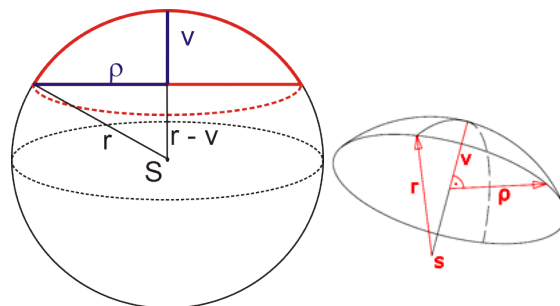
$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$



**Vrchlík,  
kulová úseč**

$$S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$$

$$V = \frac{\pi \cdot v \cdot (3\rho^2 + v^2)}{6}$$



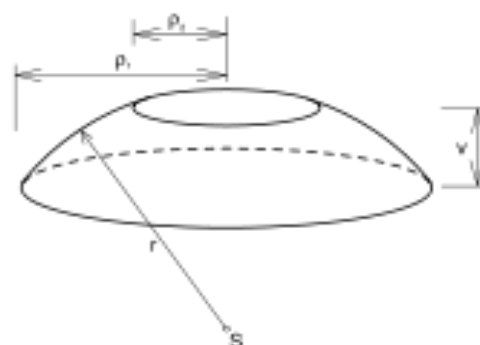
**Kulový pás,  
kulová  
vrstva**

$$S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$$

$$V = \frac{\pi \cdot v \cdot (3\rho_1^2 + 3\rho_2^2 + v^2)}{6}$$

$\rho_1$  – horní poloměr kulové vrstvy

$\rho_2$  – dolní poloměr kulové vrstvy



## PROCENTOVÝ POČET, FINANČNÍ MATEMATIKA, SLOŽENÉ ÚROKOVÁNÍ

**Procenta**  $z$  – základ (100%),  $p$  – počet procent,  $\check{c}$  – procentová část

1% z čísla  $a$  je  $0,01 \cdot a$

$$\check{c} = p \cdot 0,01 \cdot z$$

$$p = \frac{\check{c} \cdot 100}{z}$$

$$z = \frac{\check{c} \cdot 100}{p}$$

**Promile**

1‰ z čísla  $a$  je  $0,001 \cdot a$

$$10\text{‰} = 1\%$$

$$1\,000\text{‰} = \text{základ} = 100\%$$

**Složené  
úrokování**

Na počátku úrokovacího období máme hodnotu  $a_0$ .

Hodnota vzroste (nebo klesne) na konci úrokovacího období o úrok  $p\%$ .

Na konci úrokovacího období dostaneme hodnotu  $a_n$ .

$n$  – počet úrokovacích období. Úrokovacím obdobím může být rok, čtvrtletí, měsíc, ...

**Vzrůst  
hodnoty**

$$a_n = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$$a_n = a_0 \cdot (1 + 0,01 \cdot p)^n$$

**Pokles  
hodnoty**

$$a_n = a_0 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$$

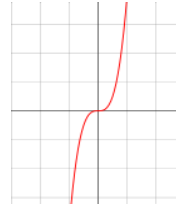
$$a_n = a_0 \cdot (1 - 0,01 \cdot p)^n$$

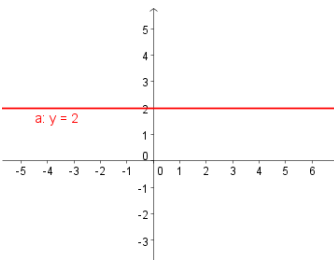
**Daň z  
úroků**

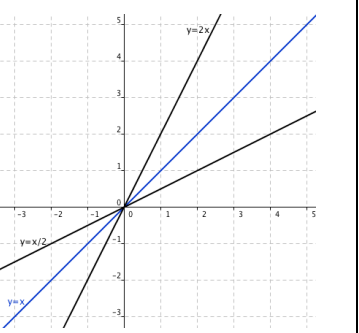
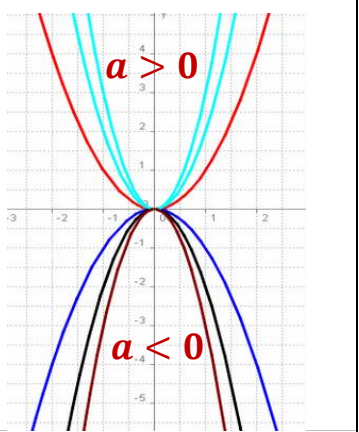
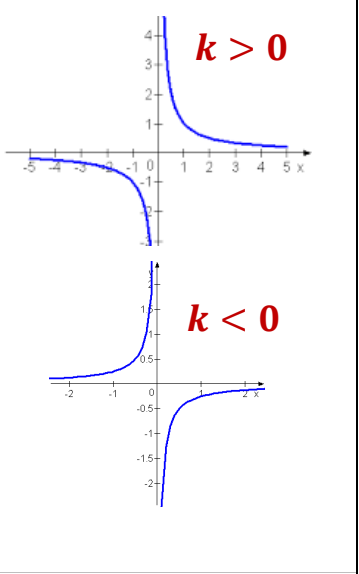
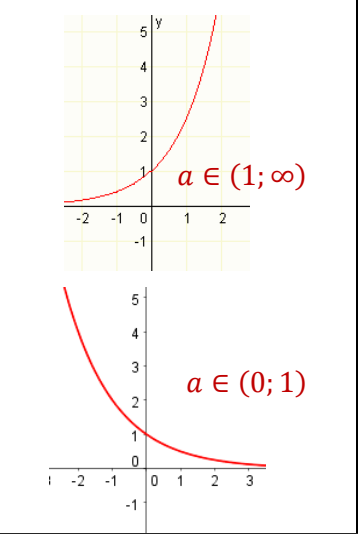
Při vyplácení úroků je z konečné sumy odečtena daň. Proto musíme před dosazením do vzorce snížit úrok  $p\%$  o příslušnou část. Daň z úroků  $d\%$ .

$$\text{Výsledný úrok } p' = p \cdot \frac{100-d}{100} = p - \frac{p \cdot d}{100}$$

# FUNKCE

|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Definice funkce</b>   | <p>Na množině čísel <math>D</math> je definovaná funkce, je-li dán předpis, podle kterého je každému <math>x</math> náležícímu do množiny <math>D</math> přiřazeno právě jedno číslo <math>y</math>.</p> <p>Značíme: <math>y = f(x)</math></p> <p>Proměnná <math>x</math> se označuje jako argument funkce (nezávisle proměnná). Proměnná <math>y</math> je funkční hodnota (závisle proměnná). <math>D(f)</math> nazýváme definičním oborem funkce. Pokud není při zadání funkce uveden definiční obor, pak se za definiční obor obvykle považuje množina všech reálných čísel, pro něž má funkce smysl. Množinu všech čísel <math>y</math> nazýváme oborem hodnot dané funkce <math>H(f)</math>.</p> $x \in D(f) \quad y \in H(f)$ |
| <b>Zadání funkce</b>     | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Analyticky – rovnicí: <math>y = f(x)</math></li> <li>2. Tabulkou – výčtem hodnot.</li> <li>3. Graficky – křivkou, přímkou, body – v pravouhlé soustavě souřadnic – <math>Oxy</math></li> </ol> <p>Body funkce zapisujeme <math>[x; y]</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Parita funkce</b>     | <p>V matematice se některé funkce označují jako sudé, některé jako liché funkce. Takové funkce vykazují jisté druhy symetrie. Tato symetrie se nazývá parita funkce. Existuje však mnoho funkcí, které nejsou ani liché, ani sudé.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Sudá funkce</b>       | <p>Funkce <math>f(x)</math> je sudá funkce, pokud pro všechna <math>x</math>, pro která je <math>f(x)</math> definováno, je definováno i <math>f(-x)</math> a platí <math>f(x) = f(-x)</math></p> <p>To právě znamená, že graf sudé funkce je osově souměrný podle osy <math>y</math>.</p> <p>Mezi sudé funkce patří všechny mocninné funkce se sudým mocnitelem a také <math>y = \cos x</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Lichá funkce</b>      | <p>Funkce <math>f(x)</math> je lichá funkce, pokud pro všechna <math>x</math>, pro která je <math>f(x)</math> definováno, je definováno i <math>f(-x)</math> a platí <math>f(-x) = -f(x)</math></p> <p>To právě znamená, že graf liché funkce je středově souměrný podle počátku soustavy souřadnic. Mezi liché funkce patří všechny mocninné funkce s lichým mocnitelem, také <math>\sin x</math>, <math>\tan x</math>, <math>\cot x</math>.</p>                                                                                                                                                                                                |
| <b>Monotonie</b>         | <p>Monotonie je vlastnost, označující, zda je funkce v bodě či na daném intervalu monotónní, tzn. zda je konstantní, rostoucí, klesající, příp. nerostoucí, či neklesající.</p> <p>Tato vlastnost bývá někdy označována jako monotónnost.</p> <p>Funkce je definována v intervalu <math>I</math>, pokud pro všechna <math>x_1 &lt; x_2</math> z tohoto intervalu platí:</p> <p><math>f(x_1) &lt; f(x_2)</math> je funkce rostoucí,<br/> <math>f(x_1) &gt; f(x_2)</math> je funkce klesající,<br/> <math>f(x_1) \geq f(x_2)</math> je funkce nerostoucí,<br/> <math>f(x_1) \leq f(x_2)</math> je funkce neklesající.</p>                                                                                                              |
| <b>Periodická funkce</b> | <p>V matematice je periodickou funkcí taková, která opakuje své hodnoty po určité konečné periodě její proměnné <math>x</math>.</p> <p>Pro funkce to znamená, že celý graf lze vytvořit pomocí kopírování určité části opakované v pravidelných intervalech. Přesněji řekneme, že funkce <math>f</math> je periodická s periodou <math>t</math>, jestliže</p> $f(x + t) = f(x)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Konstantní funkce</b> | <p><math>y = b</math></p> <p><math>D(f) = R, H(f) = b</math></p> <p>Funkce, jejíž hodnota je na celém oboru hodnot stejná, tedy konstantní.</p> <p><math>b</math> – je libovolné reálné číslo. Konstantní funkce není ani rostoucí, ani klesající. Konstantní funkce je sudá. Konstantní funkce je omezená shora i zdola.</p> <p>Grafem konstantní funkce je přímka rovnoběžná s osou <math>x</math>.</p>  |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                       |
|------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Lineární funkce</b></p>      | <p><math>y = ax + b</math><br/> <math>D(f) = R</math><br/> <math>H(f) = R</math><br/> Lineární funkce je rostoucí pro <math>a &gt; 0</math> a klesající pro <math>a &lt; 0</math>.<br/> Lineární funkce není ani sudá, ani lichá.<br/> Lineární funkce není omezená ani shora, ani zdola.<br/> Grafem lineární funkce je přímka.</p>                                                                                                                                     |     |
| <p><b>Přímá úměrnost</b></p>       | <p>Zvláštní případ lineární funkce. <math>y = kx</math><br/> <math>k</math> je koeficient přímé úměrnosti či <b>konstanta úměrnosti</b>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                       |
| <p><b>Kvadratická funkce</b></p>   | <p><math>y = ax^2 + bx + c</math><br/> <math>a, b, c \in R - \text{koeficienty}, a \neq 0</math><br/> <math>D(f) = R</math><br/> Kvadratická funkce je sudá.<br/> Kvadratická funkce je pro <math>a &gt; 0</math> omezená zdola.<br/> Kvadratická funkce je pro <math>a &lt; 0</math> omezená shora.<br/> Grafem kvadratické funkce je parabola.</p>                                                                                                                     |    |
| <p><b>Nepřímá úměrnost</b></p>     | <p><math>y = \frac{k}{x}</math><br/> <math>k \in R - \text{koeficient funkce}, k \neq 0</math><br/> <math>D(f) = R \setminus \{0\}</math> (všechna čísla kromě nuly).<br/> Funkce je lichá.<br/> Grafem funkce je hyperbola, která má dvě větve.<br/> Pro <math>k &gt; 0</math> leží větve hyperboly v I. a III. kvadrantu a je klesající.<br/> Pro <math>k &lt; 0</math> leží větve hyperboly v II. a IV. kvadrantu a je rostoucí.</p>                                  |   |
| <p><b>Exponenciální funkce</b></p> | <p><math>y = a^x</math><br/> <math>a \in R - \text{koeficient}, a &gt; 0, a \neq \{0; 1\}</math><br/> <math>D(f) = R</math><br/> <math>H(f) = (0; \infty)</math><br/> Exponenciální funkce není ani sudá ani lichá a je zdola omezená. Prochází vždy bodem <math>[0; 1]</math>, protože <math>a^0 = 1</math><br/> Funkce je pro <math>a \in (1; \infty)</math> rostoucí.<br/> Funkce je pro <math>a \in (0; 1)</math> klesající.<br/> Grafem funkce je exponenciála.</p> |  |

## Logaritmická funkce

$y = \log_a x$  – čteme logaritmus  $x$  při základu  $a$ .

$a \in R$  – koeficient,  $a > 0$ ,  $a \neq \{0; 1\}$

$$D(f) = (0; \infty)$$

$$H(f) = R$$

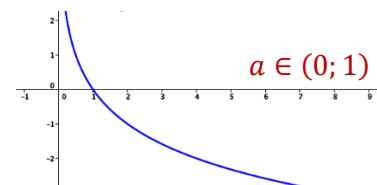
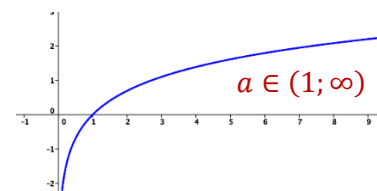
Tato funkce je INVERZNÍ k exponenciální funkci, pokud zaměníme  $x$  za  $y$  a dostáváme definici logaritmu.

$$x = a^y \rightarrow y = \log_a x$$

**Logaritmus je exponent**, na který musíme umocnit základ, abychom získali argument  $x$ .

Funkce je pro  $a \in (1; \infty)$  rostoucí.

Funkce je pro  $a \in (0; 1)$  klesající.



## Dekadický logaritmus

Funkce dekadický logaritmus → logaritmus při základu 10.

Dekadický logaritmus značíme:  $\log x$ .

Zápis  $\log_{10} x$  se pro dekadický logaritmus neužívá.

| $x$      | 100 000 | 10 000 | 1 000 | 100 | 10 | 1 | 0,1 | 0,01 | 0,001 |
|----------|---------|--------|-------|-----|----|---|-----|------|-------|
| $\log x$ | 5       | 4      | 3     | 2   | 1  | 0 | -1  | -2   | -3    |

## Věty o logaritmech

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a(x)^n = n \cdot \log_a x$$

Některé vztahy vyplývající z definice logaritmu:

$$a^0 = 1 \rightarrow \log_a 1 = 0$$

$$a^1 = a \rightarrow \log_a a = 1$$

$$\log_a a^x = x$$

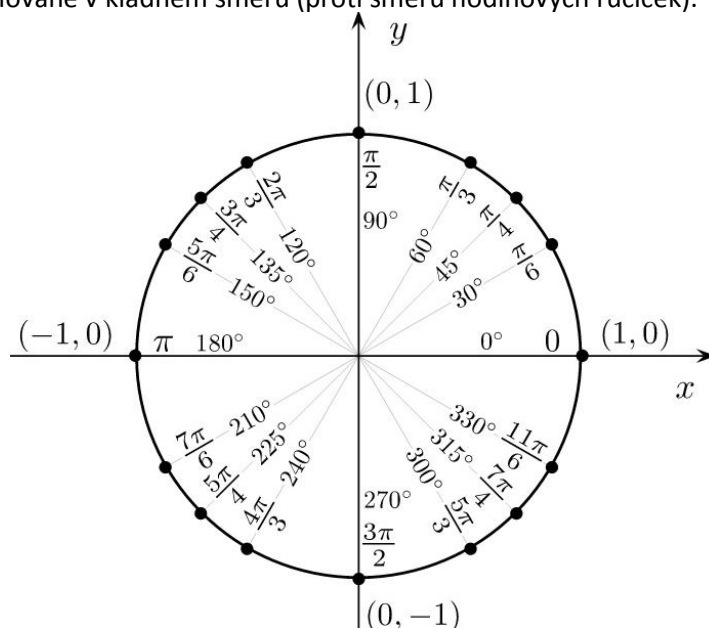
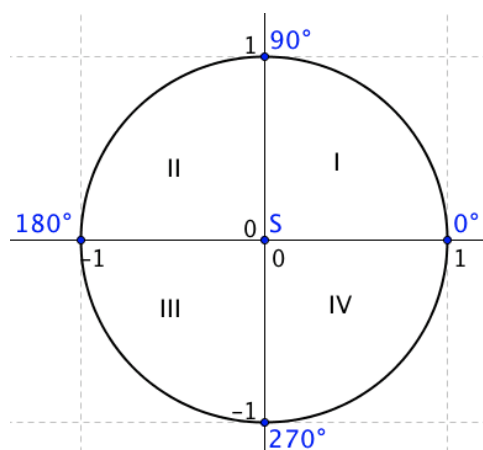
Výpočet nedekadického logaritmu pomocí dekadických logaritmů

$$\log_a x = \frac{\log x}{\log a}$$

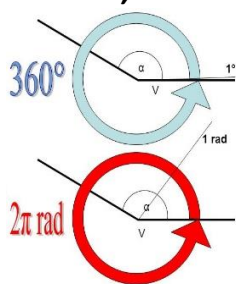
## GONIOMETRICKÉ FUNKCE

### Jednotková kružnice, kvadranty

V pravouhlé soustavě souřadnic narýsujeme kružnici o poloměru 1. Rovina je poloosami rozdělena na 4 kvadranty číslované v kladném směru (proti směru hodinových ručiček).



## Oblouková míra, radián



**1 radián** je středový úhel, který přísluší oblouku o stejné délce, jako je poloměr kružnice. Je to jednotkový úhel při měření v obloukové míře.

**Převod mezi mírou stupňovou a obloukovou**

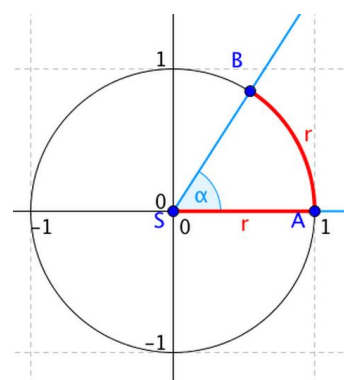
$\omega$  je velikost úhlu v radiánech a  $\alpha$  ve stupních  
Plný úhel má  $2\pi$  radiánů – to je 360 stupňů.

$$\alpha = \frac{180 \cdot \omega}{\pi}$$

$$\omega = \frac{\alpha \cdot \pi}{180}$$

$$1 \text{ (rad)} = \frac{180 \cdot 1}{3,14} \approx 57^\circ$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ (rad)}$$



Jeden radián

## Funkce sinus

$$y = \sin x$$

$D(f) = \mathbb{R}$  na ose  $x$  - velikost úhlu ve stupních nebo radiánech

$H(f) = \langle -1; 1 \rangle$  hodnoty funkce

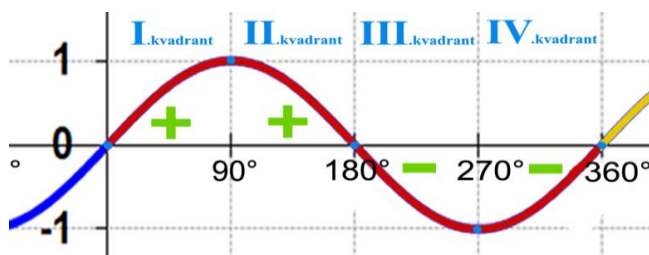
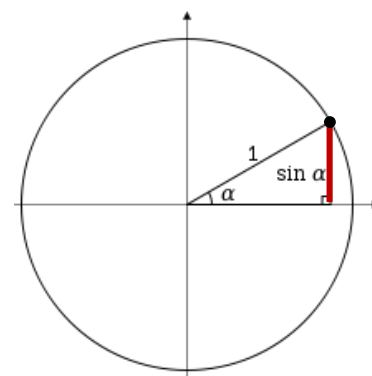
Sinus se definuje na jednotkové kružnici (kružnici se středem v počátku a s poloměrem 1): Je-li  $\alpha$  úhel, který má počáteční rameno v kladné poloose  $x$ , je  $\sin \alpha$  roven  $y$ -ové souřadnici průsečíku této kružnice s koncovým ramenem úhlu  $\alpha$ , jinak řečeno, rovná se délce kolmice spuštěné z tohoto bodu na osu  $x$ .

Grafem sinu v reálném oboru je sinusoida.

Funkce je lichá  **$\sin(-x) = -\sin x$**

Funkce je periodická s periodou  $360^\circ$  ( $2\pi$ ).

$$\sin(x + k \cdot 360^\circ) = \sin x$$



## Funkce kosinus

$$y = \cos x$$

$D(f) = \mathbb{R}$  na ose  $x$  - velikost úhlu ve stupních nebo radiánech

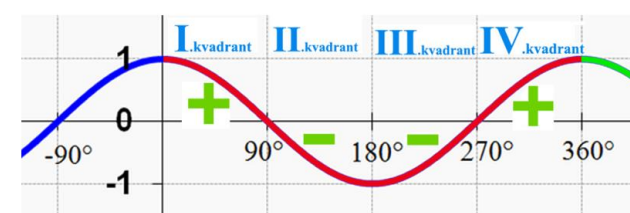
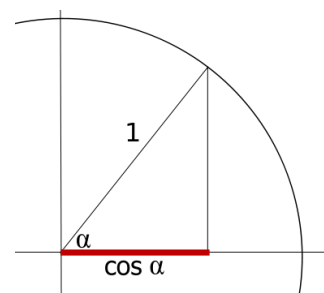
$H(f) = \langle -1; 1 \rangle$  hodnoty funkce

Kosinus se definuje na jednotkové kružnici (kružnici se středem v počátku a s poloměrem 1): Je-li  $\alpha$  úhel, který má počáteční rameno v kladné poloose  $x$ , je  $\cos \alpha$  roven  $x$ -ové souřadnici průsečíku této kružnice s koncovým ramenem úhlu  $\alpha$ . Grafem sinu v reálném oboru je sinusoida posunutá po ose  $x$  o  $90^\circ$ .

Funkce je sudá  **$\cos(-x) = \cos x$**

Funkce je periodická s periodou  $360^\circ$  ( $2\pi$ ).

$$\cos(x + k \cdot 360^\circ) = \cos x$$



|                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Funkce tangens</b>   | $y = tg\ x = \tan x$<br>$D(f) = R - \{90^\circ + k \cdot 180^\circ\}$ pro úhly $90^\circ, 270^\circ, \dots$ není funkce definována<br>$H(f) = (-\infty; \infty)$<br>V celém definičním oboru je funkce tangens rostoucí. Grafem je tangentoida.<br>Funkce je lichá: $tg(-x) = -tg\ x$<br>Funkce je periodická s periodou $180^\circ (\pi)$ . $tg(x + k \cdot 180^\circ) = tg\ x$ |
| <b>Funkce kotangens</b> | $y = cotg\ x$<br>$D(f) = R - \{k \cdot 180^\circ\}$ pro úhly $0^\circ, 180^\circ, \dots$ není funkce definována<br>$H(f) = (-\infty; \infty)$<br>V celém definičním oboru je funkce kotangens klesající. Grafem je kotangentoida.<br>Funkce je lichá: $cotg(-x) = -cotg\ x$<br>Funkce je periodická s periodou $180^\circ (\pi)$ . $cotg(x + k \cdot 180^\circ) = cotg\ x$       |

| kvadranty                                                                    | I.                    | II.                      | III.                     | IV.                      |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|                                                                              | $(0^\circ; 90^\circ)$ | $(90^\circ; 180^\circ)$  | $(180^\circ; 270^\circ)$ | $(270^\circ; 360^\circ)$ |
| $\sin x$                                                                     | +                     | +                        | −                        | −                        |
| $\cos x$                                                                     | +                     | −                        | −                        | +                        |
| $tg\ x$                                                                      | +                     | −                        | +                        | −                        |
| $cotg\ x$                                                                    | +                     | −                        | +                        | −                        |
| $x$                                                                          | $\alpha = x$          | $\alpha = 180^\circ - x$ | $\alpha = x - 180^\circ$ | $\alpha = 360^\circ - x$ |
| Hodnoty funkcí úhlu $x$ vyjádřené pomocí hodnot úhlu $\alpha$ z I. kvadrantu |                       |                          |                          |                          |

$$tg\ \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$cotg\ \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$tg\ \alpha \cdot cotg\ \alpha = 1$$

| $\alpha$                     | 0° | 30°                  | 45°                  | 60°                  | 90°             | 180°  | 270°             | 360°   |
|------------------------------|----|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-------|------------------|--------|
|                              | 0  | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
| $\sin \alpha$                | 0  | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               | 0     | -1               | 0      |
| $\cos \alpha$                | 1  | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0               | -1    | 0                | 1      |
| $\operatorname{tg} \alpha$   | 0  | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           |                 | 0     |                  | 0      |
| $\operatorname{cotg} \alpha$ |    | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0               |       | 0                |        |

## Posloupnosti

**Aritmetická posloupnost**  $a_n$  – n-tý člen posloupnosti  
 $a_1$  – první člen posloupnosti  
 $a_2 = a_1 + d$        $a_3 = a_2 + d$        $a_4 = a_3 + d$        $a_5 = a_4 + d$   
 $d$  – difference, neboli rozdíl dvou po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti  
 $a_2 - a_1 = d$        $a_{n+1} - a_n = d$

Vzorec pro  
n-tý člen

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$a_2 = a_1 + d \quad a_3 = a_1 + 2d \quad a_4 = a_1 + 3d \quad a_5 = a_1 + 4d$$

Vzorec pro  
r-tý člen

$$a_r = a_s + (r - s) \cdot d$$

Součet n členů

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_n$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

**Geometrická posloupnost**  $a_n$  – n-tý člen posloupnosti  
 $a_1$  – první člen posloupnosti  
 $a_2 = a_1 \cdot q$        $a_3 = a_2 \cdot q$        $a_4 = a_3 \cdot q$        $a_5 = a_4 \cdot q$   
 $q$  – kvocient, neboli podíl dvou po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti  
 $a_2 : a_1 = q$        $a_{n+1} : a_n = q$

Vzorec pro  
n-tý člen

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_2 = a_1 \cdot q \quad a_3 = a_1 \cdot q^2 \quad a_4 = a_1 \cdot q^3 \quad a_5 = a_1 \cdot q^4$$

Vzorec pro  
r-tý člen

$$a_r = a_s \cdot q^{r-s}$$

Součet n členů

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_n$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

# KOMBINATORIKA, PRAVDĚPODOBNOST

| Kombinatorika – počítáme pouze s přirozenými čísly |                                                                                                                                                                                                                  |                                   |
|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| Základní kombinatorické pravidlo součinu           | Počet všech možností jak zkombinovat uspořádané dvojice, jejichž první člen lze vybrat $n_1$ způsoby, druhý člen po výběru prvního členu $n_2$ způsoby.                                                          | <b>n</b>                          |
|                                                    | Celkový počet takových dvojic: $N = n_1 \cdot n_2$                                                                                                                                                               | <b>n!</b>                         |
|                                                    | Obecně platí pro uspořádané $k$ -tice.                                                                                                                                                                           | 0                                 |
|                                                    | $N = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot n_4 \cdot \dots \cdot n_k$                                                                                                                                                    | 1                                 |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  | 1                                 |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  | 2                                 |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  | 2                                 |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  | 6                                 |
| Faktoriál                                          | Faktoriál čísla $n$ je číslo, rovné součinu všech přirozených čísel menších a rovných $n$ . Značení $n!$ vyslovujeme jako „n faktoriál“.                                                                         | 4                                 |
|                                                    | $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$                                                                                                                                   | 5                                 |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  | 120                               |
| Permutace                                          | Záleží na pořadí prvků.                                                                                                                                                                                          | 6                                 |
|                                                    | Počet uspořádaných $n$ -tic z $n$ prvků.                                                                                                                                                                         | 7                                 |
|                                                    | $P(n) = n!$                                                                                                                                                                                                      | 5 040                             |
| Variace                                            | Záleží na pořadí prvků.                                                                                                                                                                                          | 8                                 |
|                                                    | Variace $k$ -té třídy z $n$ prvků je každá uspořádaná $k$ -tice vytvořená z celkového počtu $n$ prvků, přičemž při výběru záleží na pořadí jednotlivých prvků. Rozlišujeme variace s opakováním a bez opakování. | 40 320                            |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  |                                   |
| Variace bez opakování                              | Počet $k$ -tic vytvořených z celkového počtu $n$ prvků. $k < n$                                                                                                                                                  |                                   |
|                                                    | $V(k, n) = \frac{n!}{(n - k)!}$                                                                                                                                                                                  |                                   |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  |                                   |
| Variace s opakováním                               | Počet $k$ -tic vytvořených z celkového počtu $n$ prvků. $k > n$ nebo $k < n$                                                                                                                                     |                                   |
|                                                    | $V'(k, n) = n^k$                                                                                                                                                                                                 |                                   |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  |                                   |
| Kombinace bez opakování                            | Kombinace se od variací liší tím, že <b>nezáleží</b> na pořadí vybraných prvků.                                                                                                                                  |                                   |
|                                                    | $k$ -členná kombinace z $n$ prvků je neuspořádaná $k$ -tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše jednou.                                                                             |                                   |
|                                                    | $K(k, n) = \frac{n!}{k! (n - k)!}$                                                                                                                                                                               |                                   |
| Kombinační číslo                                   | Kombinační číslo je symbol, který označuje počet $k$ -členných kombinací z $n$ prvků.                                                                                                                            |                                   |
|                                                    | Symbol $\binom{n}{k}$ čteme „n nad k“.                                                                                                                                                                           | $\binom{n}{k} = K(k, n)$          |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  |                                   |
| Vlastnosti kombinačních čísel                      | $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$                                                                                                                                                                                  | $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  | $\binom{n}{1} = n$                |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  |                                   |
| Pascalův trojúhelník                               | $\binom{0}{0}$                                                                                                                                                                                                   | 1                                 |
|                                                    | $\binom{1}{0} \binom{1}{1}$                                                                                                                                                                                      | 1 1                               |
|                                                    | $\binom{2}{0} \binom{2}{1} \binom{2}{2}$                                                                                                                                                                         | 1 2 1                             |
|                                                    | $\binom{3}{0} \binom{3}{1} \binom{3}{2} \binom{3}{3}$                                                                                                                                                            | 1 3 3 1                           |
|                                                    | $\binom{4}{0} \binom{4}{1} \binom{4}{2} \binom{4}{3} \binom{4}{4}$                                                                                                                                               | 1 4 6 4 1                         |
|                                                    | $\binom{5}{0} \binom{5}{1} \binom{5}{2} \binom{5}{3} \binom{5}{4} \binom{5}{5}$                                                                                                                                  | 1 5 10 10 5 1                     |
| Binomická věta<br>Binomický rozvoj                 | $(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n \cdot b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} \cdot b^2 + \binom{n}{3} a^{n-3} \cdot b^3 + \dots + \binom{n}{n} a^0 \cdot b^n$                                 |                                   |
|                                                    | $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}$ – kombinační čísla – binomické koeficienty                                                                                                                                          |                                   |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                  |                                   |

## Pravděpodobnost

**$P(A)$**  Pravděpodobnost náhodného jevu **A** je **číslo**, které je mírou očekávatelnosti výskytu jevu. Náhodným jevem rozumíme opakovatelnou činnost prováděnou za stejných (nebo přibližně stejných) podmínek, jejíž výsledek je nejistý a závisí na náhodě.

**$P(A) \in \langle 0; 1 \rangle$**  Pravděpodobnost je číslo v intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$ , tzn.  **$0 \leq P(A) \leq 1$**   
Událost, která nemůže nastat, má pravděpodobnost 0 (jev nemožný), a naopak jistá událost má pravděpodobnost 1 (jev jistý). Někdy se uvádí v %.  **$P(A) = 0\%—100\%$**

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad \leftarrow m \text{ je počet příznivých výsledků jevu A}$$

$$n \quad \leftarrow n \text{ je počet všech výsledků náhodného pokusu}$$

**Opačný jev** Pravděpodobnost opačného jevu je doplněk pravděpodobnosti výchozího jevu do jedné, tzn. pokud jev B je opačný k jevu A, pak:  **$P(B) = 1 - P(A)$**

**Nezávislé jevy** Řekneme, že jevy A a B jsou nezávislé, pokud jev A nezávisí na výskytu jevu B a současně pravděpodobnost výskytu jevu B nezávisí na jevu A. Jsou-li jevy A, B nezávislé a mají **nastat oba najednou**, pak pravděpodobnost vypočteme:  **$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$**   
Jsou-li jevy A, B nezávislé a má **nastat jeden nebo druhý**, pak pravděpodobnost vypočteme:  **$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$**

## Statistika

**Statistický soubor** je množina všech objektů statistického pozorování.

**Statistická data** jsou číselné údaje o hromadných jevech, sledovaných ve velkém počtu případů.

**Rozsah souboru** **n** – počet všech prvků statistického souborů.

**Statistický znak** **x** – je to společná vlastnost statistických jednotek.

**Hodnota znaku**  $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$  – jednotlivé údaje (vlastnosti) znaku.

**Četnost hodnoty znaku**  $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots$  – počet jednotek, které mají stejnou hodnotu.

**Relativní četnost**  $v_i$  – podíl četnosti hodnoty určitého znaku a rozsahu souboru  $v_1 = \frac{n_1}{n}, v_2 = \frac{n_2}{n}, \dots$   
Relativní četnost můžeme převést na procenta  $p_i$ .  **$p_i \% = v_i \cdot 100$**

**Tabulka rozdělení četností**

| $x_i$         | $n_i$    | $v_i$       | $p_i \%$    |
|---------------|----------|-------------|-------------|
| $x_1$         | $n_1$    | $v_1$       | $p_1$       |
| $x_2$         | $n_2$    | $v_2$       | $p_2$       |
| $x_3$         | $n_3$    | $v_3$       | $p_3$       |
| <b>Celkem</b> | <b>n</b> | <b>1,00</b> | <b>100%</b> |

### CHARAKTERISTIKY STATISTICKÉHO SOUBORU

**ARIMETICKÝ PRŮMĚR**

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}{n}$$

Pokud máme tabulku četností:

$$\bar{X} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3}{n}$$

**MODUS** **Mod(x)** – je hodnota znaku, který má největší četnost.

**MEDIÁN** **Med(x)** – hodnota prostředního znaku, pokud seřadíme všechny údaje statistického souboru vzestupně podle velikosti.  
Pokud je **n** lichý – mediánem je hodnota prostřední znaku.  
Pokud je **n** sudý – mediánem je aritmetický průměr dvou prostředních hodnot znaku.

# ANALYTICKÁ GEOMETRIE

## Body, úsečka

**Bod v rovině** Bod je dvojice čísel, která reprezentuje souřadnice daného bodu v rovině. Zapisujeme do hranatých závorek  $A[a_x; a_y]$  a značíme velkým písmenem.

**Úsečka** Úsečka AB má krajní body A a B. U úsečky můžeme měřit délku, což je vzdálenost mezi jejími krajními body. Pokud mluvíme o délce úsečky AB, zapisujeme:  $|AB|$ .

**Vzdálenost dvou bodů, délka úsečky**  $A[a_x; a_y], B[b_x; b_y] \quad |AB| = \sqrt{(a_x - b_x)^2 + (a_y - b_y)^2}$

**Střed úsečky**  $S[S_x; S_y] \quad S_x = \frac{a_x + b_x}{2} \quad S_y = \frac{a_y + b_y}{2}$

## Vektory

**$\vec{v}, \bar{v}$**  Vektor je veličina charakterizovaná velikostí, směrem a orientací. Často je reprezentovaná graficky jako šipka (orientovaná úsečka).

**Umístění vektoru** Zápis  $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$  nebo  $\vec{v} = B - A$  vyjadřuje, že umístěním vektoru je orientovaná úsečka AB. A – počáteční bod. B – koncový bod vektoru.

**Souřadnice vektoru**  $\vec{u}(u_x; u_y) \quad u_x = b_x - a_x \quad u_y = b_y - a_y$

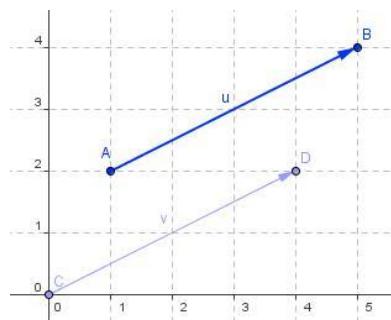
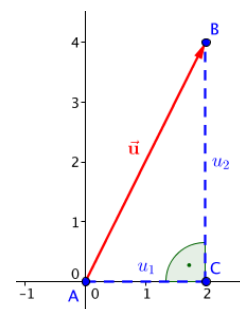
**$\vec{u}(u_x; u_y)$**  Souřadnice se uvádí do kulatých závorek. Souřadnice vektoru (šipky) udávají souřadnice koncového bodu vektoru, který začíná v počátku souřadnicové soustavy  $[0; 0]$ .

**Opačný vektor**  $\vec{u}(u_x; u_y)$  opačný  $-\vec{u}(-u_x; -u_y)$

**Velikost vektoru**  $|\vec{u}| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$

**Skalární součin vektorů**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y$

**Kolmost vektorů** Pokud  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ , pak jsou vektory kolmé.



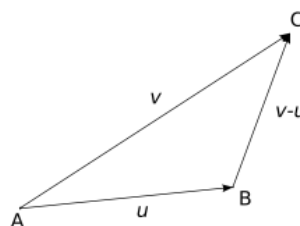
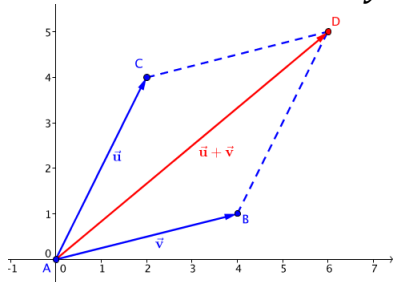
**Součet a rozdíl vektorů**

$\vec{u}(u_x; u_y); \vec{v}(v_x; v_y)$

$\vec{u} + \vec{v} = (u_x + v_x; u_y + v_y)$

$\vec{u}(u_x; u_y); \vec{v}(v_x; v_y)$

$\vec{u} - \vec{v} = (u_x - v_x; u_y - v_y)$



**Násobení vektoru číslem**

$\vec{u}(u_x; u_y), k \in \mathbb{R} \quad k \cdot \vec{u} = (k \cdot u_x; k \cdot u_y)$

**Rovnoběžné vektory (kolinéární)**

Vektory  $\vec{u}(u_x; u_y); \vec{v}(v_x; v_y)$  jsou rovnoběžné, pokud existuje číslo  $k$ , pro které platí

$\vec{v} = k \cdot \vec{u} \quad \vec{v}(v_x; v_y) = (k \cdot u_x; k \cdot u_y) \quad v_x = k \cdot u_x; v_y = k \cdot u_y$

**Úhel dvou vektorů**  
 $\vec{u}, \vec{v}$

$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2} \cdot \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$

## Přímka

### Parametrické rovnice přímky

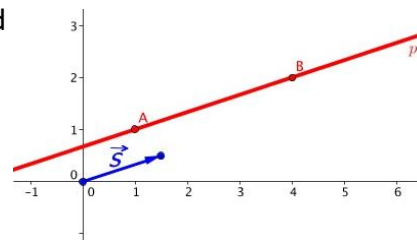
Směr přímky určuje směrový vektor  $\vec{s}(s_x; s_y)$ . Bod  $A[a_x; a_y]$  je bodem přímky a  $t$  – parametr.

Pak parametrické rovnice přímky jsou:

$$x = a_x + s_x \cdot t$$

$$y = a_y + s_y \cdot t$$

Přímku zadanou dvěma body AB řešíme obdobně. Z bodů AB určíme směrový vektor  $\vec{s} = B - A$

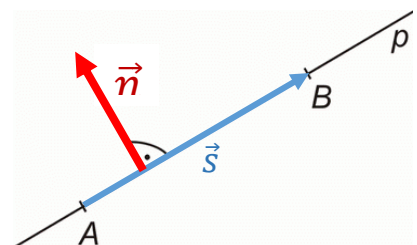


### Obecná rovnice přímky

K sestavení obecné rovnice potřebuje znát normálový vektor přímky  $\vec{n}(a; b)$ , tento vektor je kolmý k přímce. Pokud není zadán, vytvoříme jej ze směrového vektoru, musí být kolmý k  $\vec{s}(b; -a)$ .

Obecná rovnice:  $ax + by + c = 0$

Koeficient  $c$  zjistíme po dosazení libovolného bodu  $A[x; y]$  přímky do neúplně obecné rovnice za  $x$  a  $y$ .



### Směrnice tvar přímky

Získáme převedením z obecné rovnice  $ax + by + c = 0$  do tvaru  $y = kx + q$   $k = -\frac{a}{b}$   $q = -\frac{c}{b}$

### Odchylka dvou přímek

Musíme znát buď směrové vektory, nebo normálové vektory obou přímek. Určuje pak vzájemnou polohu těchto vektorů. Jako odchylka dvou přímek se uvádí úhel  $\langle 0^\circ; 90^\circ \rangle$ .

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y|}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2} \cdot \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

### Vzdálenost bodu od přímky

Vzdálenost bodu  $M[m_x; m_y]$  od přímky  $p: ax + by + c = 0$ , přímka musí být zadána v obecném tvaru.

$$|Mp| = \frac{|a \cdot m_x + b \cdot m_y + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

## Obsah

|                                        |    |                                             |    |
|----------------------------------------|----|---------------------------------------------|----|
| Číslice, čísla, symboly, množiny       | 2  | FUNKCE                                      | 15 |
| ARITMETIKA A ALGEBRA                   | 4  | Lineární funkce, nepřímá úměrnost,          |    |
| Přirozená, celá, racionální čísla      | 4  | exponenciální funkce                        | 16 |
| Reálná čísla                           | 5  | Logaritmická funkce                         | 17 |
| Výrazy, mnohočleny, rovnice            | 6  | Jednotková kružnice, kvadranty              | 17 |
| Kvadratické rovnice                    | 6  | Oblouková míra, funkce sinus, kosinus       | 18 |
| GEOMETRIE                              | 7  | Funkce tangens, kotangens                   | 19 |
| Úhel, trojúhelník,                     | 7  | Vzorce a tabulky hodnot gon. funkcí         | 19 |
| Pravoúhlý trojúhelník,                 | 8  | POSLOUPNOSTI                                | 20 |
| Rovnostranný, rovnoramenný trojúhelník | 8  | KOMBINATORIKA                               | 21 |
| Obecný trojúhelník                     | 9  | PRAVDĚPODOBNOST                             | 22 |
| plošné geometrické útvary              | 9  | STATISTIKA                                  | 22 |
| Tabulka hodnot goniometrických funkcí  | 11 | ANALYTICKÁ GEOMETRIE                        | 23 |
| TĚLESA                                 | 12 | Bod, úsečka, vektory, úhel vektorů          | 23 |
| PROCENTOVÝ POČET, FINANČNÍ MATEMATIKA, |    | Přímka, obecná rovnice přímky,              |    |
| SLOŽENÉ ÚROKOVÁNÍ                      | 14 | parametrické rovnice, odchylka dvou přímek, |    |
|                                        |    | vzdálenost bodu od přímky                   | 24 |